Ministerul Educaţiei, Cercetării, Tineretului şi Sportului
Societatea de Ştiinţe Matematice din România

Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2012. március 10.

VIII. OSZTÁLY

1. feladat. Az a és b különböző, szigorúan pozitív valós számokra az $a-\sqrt{ab}$ és $b-\sqrt{ab}$ számok racionálisak. Igazold, hogy az a és b számok racionálisak!

Gazeta Matematică

2. feladat. A $VABCD$ gúla alapja az $ABCD$ téglalap, a gúla oldalélei pedig kongruensek. Bizonyítsd be, hogy a (VCD) sík akkor és csakis akkor alkot kongruens szögeket a (VAC) és (BAC) síkokkal, ha a VAC és BAC szögek kongruensek!

3. feladat. Adottak az a, b és c szigorúan pozitív valós számok. Határozd meg a legnagyobb olyan n egész számot, amelyre fennáll az

$$\frac{1}{ax+b+c}+\frac{1}{a+bx+c}+\frac{1}{a+b+cx}\geq\frac{n}{a+b+c}$$

egyenlőtlenség bármely $x\in[0,1]$ esetén!

4. feladat. Az $ABCD$ tetraéderben $AD\perp BC$ és $AC\perp BD$. Legyenek E és F a B pont AD illetve AC egyenesre eső vetületei, M és N az AB, illetve CD szakaszok felezőpontjai. Igazold, hogy $MN\perp EF$.

Munkaidő 4 óra.
Minden feladatra 7 pont szerezhető.